

## Математика

### 4 единицы обучения – первый вопросник

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### Указания

- а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:  
в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.  
Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности  
Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости  
Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня  
Вы должны ответить на **пять** вопросов, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела –  $5 \times 20 = 100$  баллов.
- в. Разрешенный вспомогательный материал:  
1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.  
2. Листы с формулами (прилагаются).  
3. Двухязычный словарь.
- г. Особые указания:  
1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.  
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора).  
3. Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

#### הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:  
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.  
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות  
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור  
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש  
יש לענות על **חמש** שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $20 \times 5 = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
2. דפי נוסחאות (מצורפים).  
3. מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:  
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.  
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
3. יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.  
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

## Вопросы

Ответьте на пять из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 20 баллов).

**Обратите внимание:** если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять из ответов в вашей тетради.

### Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности

1. Рути вышла из дома в 7:00 и начала идти с постоянной скоростью в направлении дома своей тети. Если бы Рути продолжила идти с той же скоростью, она пришла бы в дом своей тети в точности в 9:00.

Однако, пройдя четверть пути, она остановилась отдохнуть на полчаса.

Затем она продолжила идти с постоянной скоростью, которая была на 1.2 км/час больше, чем ее первоначальная скорость. Рути пришла в дом своей тети в 9:12.

- (א) Какова была скорость, с которой Рути начала идти, когда вышла из своего дома?
- (ב) Каково расстояние между домом Рути и домом ее тети?
- (ג) В котором часу Рути дошла до середины пути?

2. Четырехугольник  $ABCD$ , изображенный на чертеже справа, является равнобедренной трапецией,  $AD = BC$ ,  $AB \parallel DC$ .

Точка  $E$  – середина стороны  $AB$ .

Дано:  $B(3, 6)$ ,  
уравнение перпендикуляра к стороне  $AB$ ,  
проходящего через точку  $E$ :  $y = -2x + 7$ .

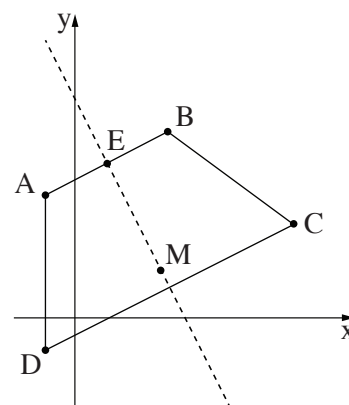
- (א) (1) Найдите уравнение  $AB$ .
- (2) Найдите координаты вершины  $A$ .

Дано:  $C(7, 3)$ ,  
боковая сторона  $AD$  параллельна оси  $y$ .

- (ב) (1) Найдите длину боковой стороны  $BC$ .
- (2) Найдите координаты вершины  $D$ .

Точка  $M$  находится на данном перпендикуляре, и для нее выполняется:  $AM = DM$ .

- (ג) Найдите координаты точки  $M$ .
- (ד) Найдите площадь треугольника  $ADM$ .



3. В пенале у Даны есть 25 одинаковых по размеру карандашей трех цветов:

15 синих карандашей,

4 красных карандаша,

6 желтых карандашей.

Дана случайным образом вытаскивает из пенала карандаш. Если карандаш синий или красный, она возвращает его в пенал.

Если карандаш желтый, она оставляет его вне пенала.

После этого Дана вытаскивает случайным образом из пенала еще один карандаш.

(\*) Какова вероятность того, что Дана вытащила два желтых карандаша?

(\*) (1) Какова вероятность того, что Дана вытащит два карандаша **одинакового цвета**?

(2) Известно, что два карандаша, которые вытащила Дана, были одинакового цвета.

Какова вероятность того, что она вытащила два красных **или** два желтых карандаша?

Дана вернула все карандаши в пенал и дала своему брату из пенала  $x$  синих карандашей, 3 красных карандаша и 2 желтых карандаша.

Затем она случайным образом вытащила из пенала два карандаша, без возвращения.

Дано: вероятность того, что Дана вытащила желтый карандаш, а затем красный карандаш, равна  $\frac{1}{60}$ .

(\*) Найдите  $x$ .

## Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром  $O$ .

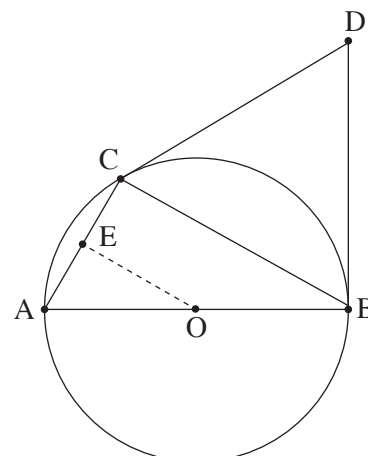
$AB$  – диаметр этой окружности.

Точка  $E$  – середина отрезка  $AC$  (смотрите чертеж).

(а) (1) Докажите:  $OE \perp AC$ .

(2) Докажите:  $\triangle ABC \sim \triangle AOE$ .

(б) Во сколько раз площадь четырехугольника  $ВСЕО$  больше площади треугольника  $AOE$ ? Обоснуйте свой ответ.



Дано:  $AC$  равен радиусу окружности.

Касательные к окружности в точках  $B$  и  $C$  пересекаются в точке  $D$ .

(а) Докажите: треугольник  $BDC$  – равносторонний.

Дано: радиус окружности равен 4.

(б) Найдите площадь треугольника  $OCD$ .

5. Треугольник  $ABC$  – прямоугольный,  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ .

Точка  $D$  находится на продолжении стороны  $AB$ , как показано на чертеже.

Дано:  $BC = 0.75 \cdot AC$ .

(а) Найдите величину угла  $CBD$ .

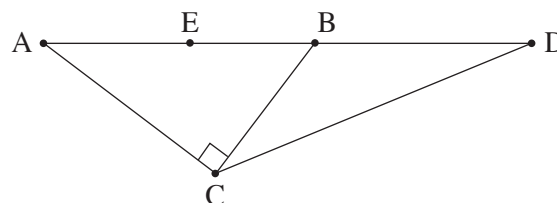
Дано:  $BD = 8$ ,  $AB = 10$ .

(б) Найдите длину  $DC$ .

Точка  $E$  находится на отрезке  $AB$ , и выполняется:  $DC = DE$ .

(а) Найдите площадь треугольника  $EDC$ .

(б) Найдите радиус окружности, описанной вокруг треугольника  $EBC$ .



### Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

6. Дана функция  $f(x) = \frac{9 - 4x^2}{1 - x^2}$ .

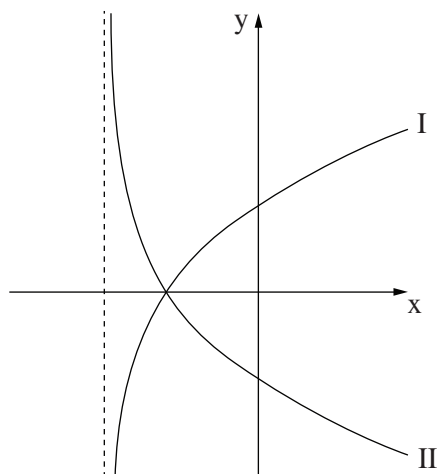
- (а) (1) Найдите область определения функции  $f(x)$ .
- (2) Найдите асимптоты функции  $f(x)$ , перпендикулярные осям координат.
- (3) Найдите координаты точек пересечения графика функции  $f(x)$  с осями координат.
- (4) Найдите координаты точки экстремума функции  $f(x)$  и определите ее тип.
- (5) Найдите области возрастания и убывания функции  $f(x)$ .
- (б) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .
- (в) Дана функция  $g(x)$ , для которой выполняется  $g'(x) = f(x)$ . У функций  $f(x)$  и  $g(x)$  одна и та же область определения.  
Найдите координаты  $x$  точек экстремума функции  $g(x)$  и определите их тип. Обоснуйте свой ответ.

7. Дана функция  $f(x) = (x - 1) \cdot \sqrt{2x + 10}$ .

- (а) Найдите область определения функции  $f(x)$ .
- (б) Найдите координаты точек пересечения графика функции  $f(x)$  с осями координат.
- (в) Найдите координаты всех точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип.
- (г) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .

В конце вопроса приведены два графика, I–II. Один из этих графиков соответствует производной  $f'(x)$ , а другой график соответствует функции  $g(x) = -f'(x)$ .

- (а) Определите, какой из графиков I–II соответствует производной  $f'(x)$ . Обоснуйте свой ответ.
- (б) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком производной  $f'(x)$ , прямой  $x = 3$  и осью  $x$ .



/продолжение на странице 6/

8.  $ABC$  – прямоугольный треугольник,  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ .

Площадь треугольника  $ABC$  равна  $72$ .

$M$  – такая точка на стороне  $AC$ , что выполняется  $MC = 2MA$

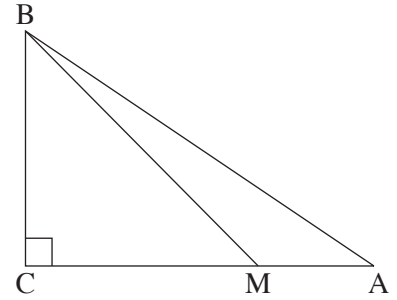
(смотрите чертеж).

Обозначим как  $x$  длину отрезка  $MA$ .

(א) Выразите при помощи  $x$  длину стороны  $BC$ .

(ב) (1) Найдите  $x$ , для которого сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до трех вершин треугольника ( $MA^2 + MB^2 + MC^2$ ) будет минимальной.

(2) Возможно ли, что сумма  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  равна  $300$ ? Обоснуйте свой ответ.



**Желаем успеха!**

Авторские права принадлежат Государству Израиль.  
Копировать или публиковать можно только  
с разрешения Министерства просвещения.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.  
אין להעתיק או לפרסם  
אלא ברשות משרד החינוך.